

量子力学演習問題 4

調和振動子, 時間発展

(1) 1次元調和振動子

(a) 1次元調和振動子ポテンシャル中の粒子を記述するハミルトニアンを書け。

(b) 演算子 \hat{a} を

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} + \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega}}\hat{p}$$

と定義する。 $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger]$ を求めよ。

(c) ハミルトニアンを \hat{a} と \hat{a}^\dagger を用いて書け。

(d) $\hat{n} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ と定義し、 \hat{n} の固有値方程式を $\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle$ と書く。 $\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$ であることを示せ。

(e) エネルギー固有値をすべて求めよ。

(f) $\hat{a}|0\rangle = 0$ を用いて、基底状態の波動関数を座標表示で求めよ。

(2) シュレディンガー描像とハイゼンベルク描像の違いを説明せよ。

(3) 1次元調和振動子ポテンシャル中の粒子に関して、ハイゼンベルクの運動方程式を書き、古典力学との関係を述べよ。