

## 量子力学演習問題 3

### 1 次元空間中の粒子の運動

- (1) 位置演算子  $\hat{x}$  の固有状態を  $|x\rangle$  とし ( $\hat{x}|x\rangle = x|x\rangle$ )、波動関数を  $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$  と表示する。このとき、運動量演算子  $\hat{p}$  はどのように表されるか。また、その表示で正準交換関係が成り立つことを示せ。
- (2) ポテンシャル  $V(x)$  中を運動する粒子が従うシュレディンガー方程式を座標表示 (シュレディンガー表現) で書け。
- (3) 1 次元自由粒子のエネルギー固有値、固有関数を求めよ。
- (4) 1 次元井戸型ポテンシャル

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (|x| \leq a/2) \\ \infty & (|x| > a/2) \end{cases}$$

の中で運動する粒子のエネルギー固有値、固有関数を求めよ。

- (5) ガウス波束

$$\psi(x) = \left(\frac{1}{\pi\ell^2}\right)^{1/4} e^{ikx - \frac{x^2}{2\ell^2}}$$

に関して、位置および運動量の、期待値と揺らぎを求めよ。また、位置と運動量が不確定性関係を満たすことを確かめよ。

- (6) 確率密度  $\rho = |\psi|^2$  と確率の流れ  $j = \frac{\hbar}{2im} \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi \right)$  が連続の式  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = 0$  を満たすことを示せ。
- (7) トンネル効果とは何か説明せよ。