

量子力学演習問題 1

量子論の定式化 1

- (1) 行列 $\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ の固有値、規格化された固有ベクトルを求めよ。
- (2) 自己共役演算子の固有値は全て実数であることを証明せよ。
- (3) 自己共役演算子の異なる固有値に属する固有ベクトルは互いに直交することを証明せよ。
- (4) 行列 $\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値を求め、規格化された固有ベクトルを互いに直交するように求めよ。
- (5) $\hat{\sigma}_y$ の規格化された固有ベクトルをそれぞれ $|+\rangle, |-\rangle$ とする。状態ベクトル $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$ を基底 $|+\rangle, |-\rangle$ で表示した波動関数を求めよ。
- (6) $\hat{\sigma}_y$ の規格化された固有ベクトル $|+\rangle, |-\rangle$ に関して $|+\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-|$ が単位行列になることを示せ。また $|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|$ が $\hat{\sigma}_y$ に一致することを示せ。